

[专题辅导]三大核心领域之几何学范畴 PDF转换可能丢失图片或格式，建议阅读原文

https://www.100test.com/kao_ti2020/106/2021_2022__5B_E4_B8_93_E9_A2_98_E8_BE_85_c65_106088.htm

1、初等几何在希腊语中，“几何学”是由“地”与“测量”合并而来的，本来有测量土地的含义，意译就是“测地术”。“几何学”这个名词，系我国明代数学家根据读音译出的，沿用至今。现在的初等几何主要是指欧几里得几何，它是讨论图形(点、线、面、角、圆等)在运动下的不变性质的科学。例如，欧氏几何中的两点之间的距离，两条直线相交的交角大小，半径是 r 的某一圆的面积等都是些运动不变量。初等几何作为一门课程来讲，安排在初等代数之后；然而在历史上，几何学的发展曾优先于代数学，它主要被认为是古希腊人的贡献。几何学舍弃了物质所有的其它性质，只保留了空间形式和关系作为自己研究的对象，因此它是抽象的。这种抽象决定了几何的思维方法，就是必须用推理的方法，从一些结论导出另一些新结论。定理是用演绎的方式来证明的，这种论证几何学的代表作，便是公元前三世纪欧几里得的《原本》，它从定义与公理出发，演绎出各种几何定理。现在中学《平面三角》中关于三角函数的理论是15世纪才发展完善起来的，但是它的一些最基本的概念，却早在古代研究直角三角形时便已形成。因此，可把三角学划在初等几何这一标题下。古代埃及、巴比伦、中国、希腊都研究过有关球面三角的知识。公元前2世纪，希帕恰斯制作了弦表，可以说是三角的创始人。后来印度人制作了正弦表；阿拉伯的阿尔巴塔尼用计算 \sin 值的方法来解方程，他还与阿布尔沃法共同导出了正切、余切

、正割、余割的概念；赖蒂库斯作了较精确的正弦表，并把三角函数与圆弧联系起来。由于直角三角形是最简单的直线形，又具有很重要的实用价值，所以各文明古国都极重视它的研究。我国《周髀算经》一开始就记载了周朝初年(约公元前1100年左右)的周公与学者商高的对话，其中就谈到“勾三股四弦五”，即勾股定理的特殊形式；还记载了在周公之后的陈子，曾用勾股定理和相似图形的比例关系，推算过地球与太阳的距离和太阳的直径，同时为勾股定理作的图注达几十种之多。在国外，传统称勾股定理为毕达哥拉斯定理，认为它的第一个一致性的证明源于毕氏学派(公元前6世纪)，虽然巴比伦人在此以前1000多年就发现了这个定理。到现在人们对勾股定理已经至少提供了370种证明。19世纪以来，人们对于关于三角形和圆的初等综合几何，又进行了深入的研究。至今这一研究领域仍然没有到头，不少资料已引申到四面体及伴随的点、线、面、球。

2、射影几何

射影几何学是一门讨论在把点射影到直线或平面上的时候，图形的不变性质的一门几何学。幻灯片上的点、线，经过幻灯机的照射投影，在银幕上的图画中都有相对应的点线，这样一组图形经过有限次透视以后，变成另一组图形，这在数学上就叫做射影对应。射影几何学在航空、摄影和测量等方面都有广泛的应用。射影几何是迪沙格和帕斯卡在1639年开辟的。迪沙格发表了本关于圆维曲线的很有独创性的小册子，从开普勒的连续性原理开始，导出许多关于对合、调和变程、透射、极轴、极点以及透视的基本原理，这些课题是今天学习射影几何这门课程的人所熟悉的。年仅16岁的帕斯卡得出了一些新的、深奥的定理，并于9年后写了一份内容很丰富的手稿。18

世纪后期，蒙日提出了二维平面上的适当投影表达三维对象的方法，因而从提供的数据能快速算出炮兵阵地的位置，避开了冗长的、麻烦的算术运算。射影几何真正独立的研究是由彭赛勒开创的。1822年，他发表了《论图形的射影性质》一文，给该领域的研究以巨大的推动作用。他的许多概念被斯坦纳进一步发展。1847年，斯陶特发表了《位置几何学》一书，使射影几何最终从测量基础中解脱出来。后来证明，采用度量适当的射影定义，能在射影几何的范围内研究度量几何学。将一个不变二次曲线添加到平面上的射影几何中，就能得到传统的非欧几何学。在19世纪晚期和20世纪初期，对射影几何学作了多种公设处理，并且有限射影几何也被发现。事实证明，逐渐地增添和改变公设，就能从射影几何过渡到欧几里得几何，其间经历了许多其它重要的几何学。

3、解析几何 解析几何即坐标几何，包括平面解析几何和立体解析几何两部分。解析几何通过平面直角坐标系和空间直角坐标系，建立点与实数对之间的一一对应关系，从而建立起曲线或曲面与方程之间的一一对应关系，因而就能用代数方法研究几何问题，或用几何方法研究代数问题。在初等数学中，几何与代数是彼此独立的两个分支；在方法上，它们也基本是互不相关的。解析几何的建立，不仅由于在内容上引入了变量的研究而开创了变量数学，而且在方法上也使几何方法与代数方法结合起来。在迪沙格和帕斯卡开辟了射影几何的同时，笛卡儿和费尔马开始构思现代解析几何的概念。这两项研究之间存在一个根本区别：前者是几何学的一个分支，后者是几何学的一种方法。1637年，笛卡儿发表了《方法论》及其三个附录，他对解析几何的贡献，就在第三个附

录《几何学》中，他提出了几种由机械运动生成的新曲线。在《平面和立体轨迹导论》中，费尔马解析地定义了许多新的曲线。在很大程度上，笛卡儿从轨迹开始，然后求它的方程；费尔马则从方程出发，然后来研究轨迹。这正是解析几何基本原则的两个相反的方面，“解析几何”的名称是以后才定下来的。这门课程达到现在课本中熟悉的形式，是100多年以后的事。象今天这样使用坐标、横坐标、纵坐标这几个术语，是莱布尼兹于1692年提出的。1733年，年仅18岁的克雷洛出版了《关于双重曲率曲线的研究》一书，这是最早的一部空间解析几何著作。1748年，欧拉写的《无穷分析概要》，可以说是符合现代意义的第一部解析几何学教程。1788年，拉格朗日开始研究有向线段的理论。1844年，格拉斯曼提出了多维空间的概念，并引入向量的记号。于是多维解析几何出现了。解析几何在近代的发展，产生了无穷维解析几何和代数几何等一些分支。普通解析几何只不过是代数几何的一部分，而代数几何的发展同抽象代数有着密切的联系。

100Test 下载频道开通，各类考试题目直接下载。详细请访问
www.100test.com