

计算机等级考试:常用算法设计方法2 PDF转换可能丢失图片或格式，建议阅读原文

https://www.100test.com/kao_ti2020/166/2021_2022__E8_AE_A1_E7_AE_97_E6_9C_BA_E7_c97_166561.htm

1、回溯法的一般描述 可用回溯法求解的问题P，通常要能表达为：对于已知的由n元组 (x_1, x_2, \dots, x_n) 组成的一个状态空间 $E = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) \mid x_i \in S_i, i=1, 2, \dots, n\}$ ，给定关于n元组中的一个分量的一个约束集D，要求E中满足D的全部约束条件的所有n元组。其中 S_i 是分量 x_i 的定义域，且 $|S_i|$ 有限， $i=1, 2, \dots, n$ 。我们称E中满足D的全部约束条件的任一n元组为问题P的一个解。解问题P的最朴素的方法就是枚举法，即对E中的所有n元组逐一地检测其是否满足D的全部约束，若满足，则为问题P的一个解。但显然，其计算量是相当大的。我们发现，对于许多问题，所给定的约束集D具有完备性，即i元组 (x_1, x_2, \dots, x_i) 满足D中仅涉及到 x_1, x_2, \dots, x_i 的所有约束意味着j元组 (x_1, x_2, \dots, x_j) 也满足D中仅涉及到 x_1, x_2, \dots, x_j 的所有约束。因此，对于约束集D具有完备性的问题P，一旦检测断定某个j元组 (x_1, x_2, \dots, x_j) 违反D中仅涉及到 x_1, x_2, \dots, x_j 的一个约束，就可以肯定，以 (x_1, x_2, \dots, x_j) 为前缀的任何n元组 $(x_1, x_2, \dots, x_j, x_{j+1}, \dots, x_n)$ 都不会是问题P的解，因而就不必去搜索它们、检测它们。回溯法正是针对这类问题，利用这类问题的上述性质而提出来的比枚举法效率更高的算法。回溯法首先将问题P的n元组的状态空间E表示成一棵高为n的带权有序树T，把在E中求问题P的所有解转化为在T中搜索问题P的所有解。树T类似于检索树，它可以这样构造：设 S_i 中的元素可排成 $x_i(1), x_i(2), \dots, x_i(m_i-1)$ ， $|S_i| = m_i, i=1, 2, \dots, n$ 。从根开始，让T的

第 l 层的每一个结点都有 m_l 个儿子。这 m_l 个儿子到它们的双亲的边，按从左到右的次序，分别带权 $x_{l-1}(1)$ ， $x_{l-1}(2)$ ， \dots ， $x_{l-1}(m_l)$ ， $l=0, 1, 2, \dots, n-1$ 。照这种构造方式， E 中的一个 n 元组 (x_1, x_2, \dots, x_n) 对应于 T 中的一个叶子结点， T 的根到这个叶子结点的路径上依次 n 条边的权分别为 x_1, x_2, \dots, x_n ，反之亦然。另外，对于任意的 $0 \leq l \leq n-1$ ， E 中 n 元组 (x_1, x_2, \dots, x_n) 的一个前缀 l 元组 (x_1, x_2, \dots, x_l) 对应于 T 中的一个非叶子结点， T 的根到这个非叶子结点的路径上依次 l 条边的权分别为 x_1, x_2, \dots, x_l ，反之亦然。特别， E 中的任意一个 n 元组的空前缀 $()$ ，对应于 T 的根。因而，在 E 中寻找问题 P 的一个解等价于在 T 中搜索一个叶子结点，要求从 T 的根到该叶子结点的路径上依次 n 条边相应带的 n 个权 x_1, x_2, \dots, x_n 满足约束集 D 的全部约束。在 T 中搜索所要求的叶子结点，很自然的一种方式是从根出发，按深度优先的策略逐步深入，即依次搜索满足约束条件的前缀 1 元组 (x_1) 、前缀 2 元组 (x_1, x_2) 、 \dots ，前缀 l 元组 (x_1, x_2, \dots, x_l) ， \dots ，直到 $l=n$ 为止。在回溯法中，上述引入的树被称为问题 P 的状态空间树；树 T 上任意一个结点被称为问题 P 的状态结点；树 T 上的任意一个叶子结点被称为问题 P 的一个解状态结点；树 T 上满足约束集 D 的全部约束的任意一个叶子结点被称为问题 P 的一个回答状态结点，它对应于问题 P 的一个解。

【问题】 组合问题 问题描述：找出从自然数 $1, 2, \dots, n$ 中任取 r 个数的所有组合。例如 $n=5, r=3$ 的所有组合为：(1) 1、2、3 (2) 1、2、4 (3) 1、2、5 (4) 1、3、4 (5) 1、3、5 (6) 1、4、5 (7) 2、3、4 (8) 2、3、5 (9) 2、4、5 (10) 3、4、5 则该问题的状态空间为： $E=\{$

$(x_1, x_2, x_3) \mid x_i \in S, i=1, 2, 3$ 其中： $S=\{1, 2, 3, 4, 5\}$
约束集为： x_1 显然该约束集具有完备性。问题的状态空间
树T：
100Test 下载频道开通，各类考试题目直接下载。详细请访问 www.100test.com