数学提高四：组合数公式和变换技巧 PDF转换可能丢失图片或格式，建议阅读原文

https://www.100test.com/kao_ti2020/188/2021_2022__E6_95_B0_E5_AD_A6_E6_8F_90_E9_c70_188677.htm MBA专用训练软件《百宝箱》 组合数的公式和变换技巧 有朋友给出了两道题：1、设15000件产品中有1000件次品，从中拿出150件，求得到次品数的期望和方差？2、设某射手对同一目标射击，直到射中R次为止，记X为使用的射击次数，已知命中率为P，求E（X）、D（X）。 这两题都要用到一些技巧。我先列出几个重要公式，证明过程中提供变换技巧，然后把这两个题目作为例题。先定义一个符号，用S（K=1，N）F（K）表示函数F（K）从K=1到K=N求和。（我不会用求和的符号）公式1：C（M-1，N-1） C（M-1，N）=C（M，N）来源：www.examda.com证明：方法1、可直接利用组合数的公式证明方法2、（更重要的思路）C（M，N）是从M个物品中任选N个的方法。从M个物品中任意指定一个。则选出N个的方法中，包含这一个的有C（M-1，N-1）种，不包含这一个的有C（M-1，N）种。因此，C（M-1，N-1） C（M-1，N）=C（M，N）公式2：S（K=N，M）C（K-1，N-1）=C（M，N） （M》=N）证明：C（M，N）是从M个物品中任选N个的方法。从M个物品中任意指定M-N个，并按次序编号为第1到第M-N号，而其余的还有N个。则选出N个的方法可分类为：包含1号的有C（M-1，N-1）种；不包含1号，但包含2号的有C（M-2，N-1）种；。。。。。。不包含1到M-K号，但包含M-K 1号的有C（K-1，N-1）种。。。。。。不包含1到M-N-1号，但包含M-N号的有C（N，N-1）种来

源：www.examda.com不包含1到M-N号的有C（N，N）种，而C（N，N）=C（N-1，N-1）由于两种思路都是从M个物品中任选N个的方法，因此S（K=N，M）C（K-1，N-1）=C（M，N）公式3：S（K=0，N）C（P，K）*C（Q，N-K）=C（P Q，N）（P，Q）=N）证明：一批产品包含P件正品和Q件次品，则从这批产品中任选N件的选法为C（P Q，N）。而公式里面的K表示选法中正品数量，C（P，K）*C（Q，N-K）表示N件产品中有K件正品，N-K件次品的选法。K从0到N变化时，就包含了所有不同正品、次品数的组合。因此，S（K=0，N）C（P，K）*C（Q，N-K）=C（P Q，N）公式4（一种变换技巧）：S（K=0，N）K*C（M，K）=S（K=0，N-1）M*C（M-1，K）证明：S（K=0，N）K*C（M，K）=S（K=1，N）K*C（M，K）=S（K=1，N）K*M！/K！/（M-K）！=S（K=1，N）M*（M-1）！/（K-1）！/（M-K）！=S（K=1，N）M*C（M-1，K-1）=S（K=0，N-1）M*C（M-1，K）公式5（公式4的同种）S（K=0，N）K*（K-1）*C（M，K）=S（K=0，N-2）M*（M-1）*C（M-2，K）证明：（类似上式）S（K=0，N）K*（K-1）*C（M，K）=S（K=2，N）K*（K-1）*M！/K！/（M-K）！=S（K=2，N）M*（M-1）*（M-2）！/（K-2）！/（M-K）！=S（K=2，N）M*（M-1）*C（M-2，K-2）=S（K=0，N-2）M*（M-1）*C（M-2，K）公式4用于求数学期望，公式4、公式5结合起来可用于求方差。