排列组合问题中的错解剖析-公务员考试PDF转换可能丢失图片或格式，建议阅读原文

https://www.100test.com/kao_ti2020/22/2021_2022__E6_8E_92_E5_88_97_E7_BB_84_E5_c26_22181.htm 关于排列组合的应用问题，由于思考方法的偏差，往往导致结论的错误． 然而，一个更应该值得注意的问题是，有时思考方法是错误的，得出的结果却巧合正确，这种隐蔽性的错误，对学习更有危害．请看下面的问题！ 问题１：用１， ２， ３， ４， ５， ６这六个数字组成无重复数字的六位数，其中首位数字大于末位数字，且３和４不在相邻两个数位的六位数共有多少个？ 分析与解答：分三步考虑． 第一步，首先将１， ２， ５， ６排在四个位置（用方格□表示）上，有Ａ种排法 △□△□△□△□△ 第二步， １， ２， ５， ６排好之后产生５个空隙（用记号△表示），将３， ４插入这５个空隙中，有Ａ种排法． 由分步计数原理可知，一共有ＡＡ＝４８０种不同的排法． 第三步，将这４８０个数分为两类（每个数与３， ４都不相邻）． １． 首位数字大于末位数字； ２． 首位数字小于末位数字． 有一个首位数字大于末位数字的六位数，将首末两个数字对调，得到一个首位数字小于末位数字的六位数；反之也对． 因此，符合条件的六位数共有＝２４０个． 上述解法正确吗？从分析过程看，似乎每一步都有道理，找不出什么破绽，但仔细分析，思考方法确有错误之处，错在哪里？ 有错在第三步的分析方法上．一个符合条件的六位数，对调首末两个数字之后，未必能够得到一个首位数字小于末位数字且３， ４不相邻的六位数． 例如， ６３１５２４是一个符合条件的六位数，对调首位数字６和末位数字４，得六位数４３

１５２６．这个六位数４与３相邻了，它不是３，４不相邻的４８０个数中的一个．因此，在３，４不相邻的六位数中，首位数字大于末位数字与首位数字小于末位数字的六位数不能通过只对调首末两个数字来实现一一对应关系．正确的解答应该修改上述解法第三步的分析方法，有一个符合条件（首位数字大于末位数字且３，４不相邻）的六位数，如６３１５２４，将这个六位数反序倒写，可得到一个３，４不相邻，首位数字小于末位数字的六位数４２５１３６；反之也对，因此，首位数字大于末位数字且３，４不相邻的六位数，通过反序对调，可以实现首位数字小于末位数字且３，４不相邻的六位数构成一一对应关系．所以，符合条件的六位数共有＝２４０个．问题２：把ｎ＋１本不同的书全部分给ｎ个人，每人至少得１本，共有多少种不同的分法？分析与解答：分两步考虑．第一步，先从ｎ＋１本不同的书中任取ｎ本分给ｎ个人，有ＣＡ种分法．第一步，将余下的１本书分给ｎ个人，有ｎ种分法，由分步计数原理可知，共有ｎＣＡ＝ｎ（ｎ＋１）！种不同的分法．这个解法对吗？从分析过程看，没什么问题．下面我们来分析一下具体过程：将ｎ个人依次编号为１，２，３，…，ｎ，假定第一步第ｋ号人分得的书号为ｉｋ，对应的分法依次为（１，ｉ１），（２，ｉ２），…，（ｋ－１，ｉｋ－１），（ｋ，ｉｋ），（ｋ＋１，ｉｋ＋１），…（ｎ，ｉｎ），其中，ｉ１，ｉ２，…，ｉｎ是１，２，３，…，ｎ的一个排列，记号（ｋ，ｉｋ）的第１个数码表示人的编号，第２个数码表示书号．第二步，将余下的一本书ｉｎ＋１分给第ｋ人，于是，得到一种符合条件的分法：（１，ｉ１），（２，ｉ２），…

，（k－1，ｉk－1），（k，ｉk，ｉn＋1），（k＋1，ｉk＋1），…，（n，ｉn）．另一方面，第一步的分法为：（1，ｉ1），（2，ｉ2），…，（k－1，ｉk－1），（k，ｉn＋1），（k＋1，ｉk＋1），…，（n，ｉn）时，第二步，将余下的１本书ｉk分给第k人，于是，所得到的分法为：（1，ｉ1），（2，ｉ2），…（k－1，ｉk－1），（k，ｉn＋1，ｉk），（k＋1，kk＋1），…，（n，ｉn）．这种分法是n（n＋1）！种分法中的一种，然而，这种分法与第一种的分法完全相同．这表明，按照上述解法所给的分法，的每一种分法都对应着一种与它完全相同的分法，因此，这种解法对每一种符合条件的分法都重复计算了一次，故符合条件的分法应该是种．这个问题的一般解法是：先将n＋１本书分成n堆，有C种分法，然后将这n堆分给n个人，有A种分法，由分步计数原理可知，共有CA＝种不同的分法．一般地，关于分配的应用问题，较好的方法是先分堆，再分给人，这样计算既没有重复，也不会遗漏．

100Test 下载频道开通，各类考试题目直接下载。详细请访问 www.100test.com