

数学提高4:怎样构造函数，解决有关柯西定理的证明题 PDF
转换可能丢失图片或格式，建议阅读原文

https://www.100test.com/kao_ti2020/235/2021_2022__E6_95_B0_E5_AD_A6_E6_8F_90_E9_c70_235921.htm 先举个例子设函数 F

(X) 在 $[A, B]$ 连续，在 (A, B) 可导，且 $F(A) = F(B) = 0$ ，求证存在 S 属于 (A, B) ，使 $S \cdot F(S) \cdot F'(S) = 0$ 这类问题都可以化成求 S ，使 $F(S) = G(S) \cdot F'(S)$ 的问题，

解决方法是构造函数。令 $G_1(X) = -1/G(X)$ 的积分 $Q(X) = e^{G_1(X)}$ 则我们构造出 $F(X) \cdot Q(X)$ 这个函数，再用柯西定理去解决。试试看，不用再绞尽脑汁去构造函数。文章

开头的例子的解法：求 S 使 $S \cdot F(S) \cdot F'(S) = 0$ 即 $F(S)$

$= -1/S \cdot F'(S)$ 令 $G(X) = -1/X$ 则 $G_1(X) = -1/G(X)$ 积分 $= X$ 积分 $= X \cdot X/2$ 则 $Q(X) = e^{(X \cdot X/2)}$ 现在我们构造出函数 P

$(X) = F(X) \cdot Q(X) = F(X) \cdot e^{(X \cdot X/2)}$ 则函数 $P(X)$

在 $[A, B]$ 连续，在 (A, B) 可导，且 $P(A) = P(B) = 0$ 根据柯西定理，存在一点 S ，使 $P'(S) = 0$ $P'(X) = F(X)$

$\cdot e^{(X \cdot X/2)} + X \cdot F'(X) \cdot e^{(X \cdot X/2)} = [X \cdot F(X) \cdot F'(X)$

$\cdot e^{(X \cdot X/2)}$ 存在 S 使 $P'(X) = 0$ ，因为 $e^{(X \cdot X/2)} \gg 0$ 所以

$S \cdot F(S) \cdot F'(S) = 0$ 这些通用解法可以节省时间，否则要

想出 $Q(X) = e^{(X \cdot X/2)}$ 太费劲 100Test 下载频道开通，各类考试题目直接下载。详细请访问 www.100test.com