

数学提高2:数列之无敌解法 PDF转换可能丢失图片或格式, 建议阅读原文

https://www.100test.com/kao_ti2020/235/2021_2022__E6_95_B0_E5_AD_A6_E6_8F_90_E9_c70_235922.htm 详细研读本篇数列解法和例题, 可快速解决任何MBA数列问题。基本数列是等差数列和等比数列。

一、等差数列一个等差数列由两个因素确定: 首项 a_1 和公差 d . 得知以下任何一项, 就可以确定一个等差数列 (即求出数列的通项公式):

- 1、首项 a_1 和公差 d
- 2、数列前 n 项和 $s(n)$, 因为 $s(1)=a_1, s(n)-s(n-1)=a(n)$
- 3、任意两项 $a(n)$ 和 $a(m)$, n, m 为已知数

等差数列的性质:

- 1、前 N 项和为 N 的二次函数 (d 不为0时)
- 2、 $a(m)-a(n)=(m-n)*d$
- 3、正整数 m, n, p 为等差数列时, $a(m), a(n), a(p)$ 也是等差数列

例题1: 已知 $a(5)=8, a(9)=16$, 求 $a(25)$ 解: $a(9)-a(5)=4*d=16-8=8$
 $a(25)-a(5)=20*d=5*4*d=40$ $a(25)=48$

例题2: 已知 $a(6)=13, a(9)=19$, 求 $a(12)$ 解: $a(6), a(9), a(12)$ 成等差数列
 $a(12)-a(9)=a(9)-a(6)$ $a(12)=2*a(9)-a(6)=25$

二、等比数列一个等比数列由两个因素确定: 首项 a_1 和公比 r . 得知以下任何一项, 就可以确定一个等比数列 (即求出数列的通项公式):

- 1、首项 a_1 和公比 r
- 2、数列前 n 项和 $s(n)$, 因为 $s(1)=a_1, s(n)-s(n-1)=a(n)$
- 3、任意两项 $a(n)$ 和 $a(m)$, n, m 为已知数

等比数列的性质:

- 1、 $a(m)/a(n)=r^{(m-n)}$
- 2、正整数 m, n, p 为等差数列时, $a(m), a(n), a(p)$ 是等比数列
- 3、等比数列的连续 m 项和也是等比数列即 $b(n)=a(n) a(n+1) \dots a(n+m-1)$ 构成的数列是等比数列。

三、数列的前 N 项和与逐项差

- 1、如果数列的通项公式是关于 N 的多项式, 最高次数为 P , 则数列的前 N 项和是关于 N 的多项式, 最高次数为 $P+1$ 。(这与积分

很相似) 2、逐项差就是数列相邻两项的差组成的数列。如果数列的通项公式是关于N的多项式, 最高次数为P, 则数列的逐项差的通项公式是关于N的多项式, 最高次数为P-1。(这与微分很相似) 例子: 1, 16, 81, 256, 625, 1296

($a(n)=n^4$) 15,65,175,369,671 50,110,194,302 60,84,108 24,24 从上例看出, 四次数列经过四次逐项差后变成常数数列。等比数列的逐项差还是等比数列 四、已知数列通项公式A(N)

, 求数列的前N项和S(N)。这个问题等价于求S(N)的通项公式, 而 $S(N) = S(N-1) + A(N)$, 这就成为递推数列的问题。解法是寻找一个数列B(N), 使 $S(N) - B(N) = S$

$(N-1) - B(N-1)$ 从而 $S(N) = A(1) + B(1) - B(N)$ 猜想B(N)的方法: 把A(N)当作函数求积分, 对得出的函数形式设待定系数, 利用 $B(N) - B(N-1) = -A(N)$ 求出待定系数。例题1: 求 $S(N) = 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + \dots + N \cdot 2^N$ 解: $S(N)$

$= S(N-1) + N \cdot 2^N$ 积分得 $(N \cdot \ln 2 - 1) \cdot 2^N / (\ln 2)^2$ 因此设 $B(N) = (PN + Q) \cdot 2^N$ 则 $(PN + Q) \cdot 2^N - [P(N-1) + Q] \cdot 2^{N-1} = -N \cdot 2^N$ $(P \cdot N + P \cdot Q)$

$/ 2^N = -N \cdot 2^N$ 因为上式是恒等式, 所以 $P = -2$, $Q = 2$ $B(N) = (-2N + 2) \cdot 2^N$ $A(1) = 2$, $B(1) = 0$ 因此: $S(N) = A(1) + B(1) - B(N) = (2N - 2) \cdot 2^N$ 例题2: $A(N) = N \cdot (N-1) \cdot (N-2)$, 求S(N) 解法1: S(N)为N的四次多项式, 设: $S(N) = A \cdot N^4 + B \cdot N^3 + C \cdot N^2 + D \cdot N + E$ 利用 $S(N) - S$

$(N-1) = N \cdot (N-1) \cdot (N-2)$ 解出A、B、C、D、E 解法2: $S(N) / 3! = C(3, 3) + C(4, 3) + \dots + C(N-2, 3) = C(N-1, 4)$ $S(N) = N \cdot (N-1) \cdot (N-2) \cdot (N-3) / 4$ 100Test 下载频道开

通, 各类考试题目直接下载。详细请访问 www.100test.com