线性代数的复习方法 PDF转换可能丢失图片或格式，建议阅读原文

https://www.100test.com/kao_ti2020/293/2021_2022__E7_BA_BF_E6_80_A7_E4_BB_A3_E6_c67_293420.htm 一、注重对基本概念的理解与把握，正确熟练运用基本方法及基本运算。 线性代数的概念很多，重要的有：代数余子式，伴随矩阵，逆矩阵，初等变换与初等矩阵，正交变换与正交矩阵，秩(矩阵、向量组、二次型)，等价(矩阵、向量组)，线性组合与线性表出，线性相关与线性无关，极大线性无关组，基础解系与通解，解的结构与解空间，特征值与特征向量，相似与相似对角化，二次型的标准形与规范形，正定，合同变换与合同矩阵。 往年常有考生没有准确把握住概念的内涵，也没有注意相关概念之间的区别与联系，导致做题时出现错误。 例如，矩阵A＝(α1，α2，…，αm)与B＝(β1，β2…，βm)等价，意味着经过初等变换可由A得到B，要做到这一点，关键是看秩r(A)与r(B)是否相等，而向量组α1，α2，…αm与β1，β2，…βm等价，说明这两个向量组可以互相线性表出，因而它们有相同的秩，但是向量组有相同的秩时，并不能保证它们必能互相线性表现，也就得不出向量组等价的信息，因此，由向量组α1，α2，…αm与β1，β2，…βm等价，可知矩阵A＝(α1，α2，…αm)与B＝(β1，β2，…βm)等价，但矩阵A与B等价并不能保证这两个向量组等价。 又如，实对称矩阵A与B合同，即存在可逆矩阵C使CTAC＝B，要实现这一点，关键是二次型xTAx与xTBx的正、负惯性指数是否相同，而A与B相似是指有可逆矩阵P使P-1AP＝B成立，进而知A与B有相同的特征值，如果特征值相同可知正、负惯性指数相

同，但正负惯性指数相同时，并不能保证特征值相同，因此，实对称矩阵A～BAB，即相似是合同的充分条件。线性代数中运算法则多，应整理清楚不要混淆，基本运算与基本方法要过关，重要的有：行列式(数字型、字母型)的计算，求逆矩阵，求矩阵的秩，求方阵的幂，求向量组的秩与极大线性无关组，线性相关的判定或求参数，求基础解系，求非齐次线性方程组的通解，求特征值与特征向量(定义法，特征多项式基础解系法)，判断与求相似对角矩阵，用正交变换化实对称矩阵为对角矩阵(亦即用正交变换化二次型为标准形)。二、注重知识点的衔接与转换，知识要成网，努力提高综合分析能力。线性代数从内容上看纵横交错，前后联系紧密，环环相扣，相互渗透，因此解题方法灵活多变，复习时应当常问自己做得对不对？再问做得好不好？只有不断地归纳总结，努力搞清内在联系，使所学知识融会贯通，接口与切入点多了，熟悉了，思路自然就开阔了。例如：设A是m×n矩阵，B是n×s矩阵，且AB＝0，那么用分块矩阵可知B的列向量都是齐次方程组Ax＝0的解，再根据基础解系的理论以及矩阵的秩与向量组秩的关系，可以有 r(B)≤n-r(A)即r(A)＋r(B)≤n 进而可求矩阵A或B中的一些参数 再如，若A是n阶矩阵可以相似对角化，那么，用分块矩阵处理P-1AP＝∧可知A有n个线性无关的特征向量，P就是由A的线性无关的特征向量所构成，再由特征向量与基础解系间的联系可知此时若λi是ni重特征值，则齐次方程组(λiE-A)x＝0的基础解系由ni个解向量组成，进而可知秩r(λiE-A)＝n-ni，那么，如果A不能相似对角化，则A的特征值必有重根且有特征值λi使秩r(λiE-A)＜n-ni，若A是实对称矩阵，则因A必能相似对角化而知对每

个特征值λ_i必有$r(\lambda_i E-A)=n-n_i$，此时还可以利用正交性通过正交矩阵来实现相似对角化。又比如，对于n阶行列式我们知道：若$|A|=0$，则$Ax=0$必有非零解，而$Ax=b$没有惟一解(可能有无穷多解，也可能无解)，而当$|A|\neq 0$时，可用克莱姆法则求$Ax=b$的惟一解；可用$|A|$证明矩阵A是否可逆，并在可逆时通过伴随矩阵来求A^{-1}；对于n个n维向量α_1，α_2，$\cdots\alpha_n$可以利用行列式$|A|=|\alpha_1\alpha_2\cdots\alpha_n|$是否为零来判断向量组的线性相关性；矩阵A的秩$r(A)$是用A中非零子式的最高阶数来定义的，若$r(A)<r$，则A中r阶子式全为0；求矩阵A的特征值，可以通过计算行列式$|\lambda E-A|$，若$\lambda=\lambda_0$是A的特征值，则行列式$|\lambda_0 E-A|=0$；判断二次型x^TAx的正定性，可以用顺序主子式全大于零。凡此种种，正是因为线性代数各知识点之间有着千丝万缕的联系，代数题的综合性与灵活性就较大，同学们整理时要注重串联、衔接与转换。三、注重逻辑性与叙述表述 线性代数对于抽象性与逻辑性有较高的要求，通过证明题可以了解考生对数学主要原理、定理的理解与掌握程度，考查考生的抽象思维能力、逻辑推理能力。大家复习整理时，应当搞清公式、定理成立的条件，不能张冠李戴，同时还应注意语言的叙述表达应准确、简明。线性代数中常见的证明题型有：证$|A|=0$；证向量组α_1，α_2，$\cdots\alpha_t$的线性相关性，亦可引伸为证α_1，$\alpha_2\cdots$，α_t是齐次方程组$Ax=0$的基础解系；证秩的等式或不等式；证明矩阵的某种性质，如对称，可逆，正交，正定，可对角化，零矩阵等；证齐次方程组是否有非零解；线性方程组是否有解(亦即β能否由α_1，$\alpha_2\cdots$，α_s线性表出)；对给出的两个方程组论证其同解性或有无公共解；证二

次型的正定性，规范形等。 总之，数学题目千变万化，有各种延伸或变式，同学们要在考试中取得好成绩，一定要认真仔细地复习，华而不实靠押题碰运气是行不通的，必须要重视三基，多思多议，不断地总结经验与教训，做到融会贯通。