

2008年考研数学冲刺点睛：数学证明三步走 PDF转换可能丢失图片或格式，建议阅读原文

https://www.100test.com/kao_ti2020/390/2021_2022_2008_E5_B9_B4_E8_80_83_c73_390320.htm 纵观近十年考研数学真题，大家会发现：几乎每一年的试题中都会有一个证明题，而且基本上都是应用中值定理来解决问题的。但是要参加硕士入学数学统一考试的同学所学专业要么是理工要么是经管，同学们在大学学习数学的时候对于逻辑推理方面的训练大多是不够的，这就导致数学考试中遇到证明推理题就发怵，以致简单的证明题得分率却极低。除了个别考研辅导书（如蔡子华老师的《历年真题精析》对真题中的证明题的解析及讲评）中有一些证明思路之外，大多数考研辅导书在这一方面没有花太大力气，本人自认为在推理证明方面有不凡的效绩，在此给大家简单介绍一些解决数学证明题的入手点，希望对有此隐患的同学有所帮助。我把这样的方法称为证明题三步走。

第一步：结合几何意义记住零点存在定理、中值定理、泰勒公式、极限存在的两个准则等基本原理解，包括条件及结论。知道基本原理是证明的基础，知道的程度（即就是对定理理解的深入程度）不同会导致不同的推理能力。如2006年数学一真题第16题（1）是证明极限的存在性并求极限。只要证明了极限存在，求值是很容易的，但是如果如果没有证明第一步，即使求出了极限值也是不能得分的。因为数学推理是环环相扣的，如果第一步未得到结论，那么第二步就是空中楼阁。这个题目非常简单，只用了极限存在的两个准则之一：单调有界数列必有极限。只要知道这个准则，该问题就能轻松解决，因为对于该题中的数列来说，“单调性”与“有界性”

都是很好验证的。像这样直接可以利用基本原理的证明题并不是很多，更多的是要用到第二步。第二步：借助几何意义寻求证明思路。一个证明题，大多时候是能用其几何意义来正确解释的，当然最为基础的是要正确理解题目文字的含义。如2007年数学一第19题是一个关于中值定理的证明题，可以在直角坐标系中画出满足题设条件的函数草图，再联系结论能够发现：两个函数除两个端点外还有一个函数值相等的点，那就是两个函数分别取最大值的点（正确审题：两个函数取得最大值的点不一定是同一个点）之间的一个点。这样很容易想到辅助函数 $F(x) = f(x) - g(x)$ 有三个零点，两次应用罗尔中值定理就能得到所证结论。再如2005年数学一第18题（1）是关于零点存在定理的证明题，只要在直角坐标系中结合所给条件作出函数 $y = f(x)$ 及 $y = 1 - x$ 在 $[0, 1]$ 上的图形就立刻能看到两个函数图形有交点，这就是所证结论，重要的是写出推理过程。从图形也应该看到两函数在两个端点处大小关系恰好相反，也就是差函数在两个端点的值是异号的，零点存在定理保证了区间内有零点，这就证得所需结果。如果第二步实在无法完满解决问题的话，转第三步。第三步：逆推。从结论出发寻求证明方法。如2004年第15题是不等式证明题，该题只要应用不等式证明的一般步骤就能解决问题：即从结论出发构造函数，利用函数的单调性推出结论。在判定函数的单调性时需借助导数符号与单调性之间的关系，正常情况只需一阶导的符号就可判断函数的单调性，非正常情况却出现的更多（这里所举出的例子就属非正常情况），这时需先用二阶导数的符号判定一阶导数的单调性，再用一阶导的符号判定原来函数的单调性，从而得所要证的结果。该题中

可设 $F(x)=\ln^*x-\ln^*a-4(x-a)/e^*$,其中 $eF(a)$ 就是所要证的不等式。对于那些经常使用如上方法的同学来说,利用三步走就能轻松收获数学证明的12分,但对于从心理上就不自信能解决证明题的同学来说,却常常轻易丢失12分,后一部分同学请按“证明三步走”来建立自信心,以阻止考试分数的白白流失。100Test 下载频道开通,各类考试题目直接下载。详细请访问 www.100test.com