高三数学复习：求数列通项公式的常用方法 PDF转换可能丢失图片或格式，建议阅读原文

https://www.100test.com/kao_ti2020/450/2021_2022__E9_AB_98_E4_B8_89_E6_95_B0_E5_c65_450246.htm 在高考中数列部分的考查既是重点又是难点，不论是选择题或填空题中对基础知识的检验，还是压轴题中与其他章节知识的综合，抓住数列的通项公式通常是解题的关键。 求数列通项公式常用以下几种方法： 一、题目已知或通过简单推理判断出是等比数列或等差数列，直接用其通项公式。 例：在数列{an}中，若a1=1，an 1=an 2(n1)，求该数列的通项公式an。 解：由an 1=an 2(n1)及已知可推出数列{an}为a1=1，d=2的等差数列。所以an=2n-1。此类题主要是用等比、等差数列的定义判断，是较简单的基础小题。 二、已知数列的前n项和，用公式 S1 (n=1) Sn-Sn-1 (n2) 例：已知数列{an}的前n项和Sn=n2-9n，第k项满足5 (A) 9 (B) 8 (C) 7 (D) 6 解：∵an=Sn-Sn-1=2n-10，∴5 此类题在解时要注意考虑n=1的情况。 三、已知an与Sn的关系时，通常用转化的方法，先求出Sn与n的关系，再由上面的(二)方法求通项公式。 例：已知数列{an}的前n项和Sn满足an=SnSn-1(n2)，且a1=-，求数列{an}的通项公式。 解：∵an=SnSn-1(n2)，而an=Sn-Sn-1，SnSn-1=Sn-Sn-1，两边同除以SnSn-1，得---=-1(n2)，而-=-=-，∴{-} 是以-为首项，-1为公差的等差数列，∴-= -，Sn= -， 再用(二)的方法：当n2时，an=Sn-Sn-1=-，当n=1时不适合此式，所以， - (n=1) - (n2) 四、用累加、累积的方法求通项公式 对于题中给出an与an 1、an-1的递推式子，常用累加、累积的方法求通项公式。 例：设数列{an}是首项为1的正项数列，且满足(n 1)an 12-nan2 an

1an=0，求数列{an}的通项公式 解：∵(n 1)an 12-nan2 an 1an=0，可分解为[(n 1)an 1-nan](an 1 an)=0 又∵{an}是首项为1的正项数列，∴an 1 an ≠0，∴-=-，由此得出：-=-，-=-，-=-，…，-=-,这n-1个式子，将其相乘得：∴ -=-， 又∵a1=1，∴an=-(n2)，∵n=1也成立，∴an=-(n∈N*) 五、用构造数列方法求通项公式 题目中若给出的是递推关系式，而用累加、累积、迭代等又不易求通项公式时，可以考虑通过变形，构造出含有 an(或Sn)的式子，使其成为等比或等差数列，从而求出an(或Sn)与n的关系，这是近一、二年来的高考热点，因此既是重点也是难点。 例：已知数列{an}中，a1＝2，an 1=(--1)(an 2)，n=1,2,3,…… (1)求{an}通项公式 (2)略 解：由an 1=(--1)(an 2)得到an 1--＝ (--1)(an--) ∴{an--}是首项为a1--，公比为--1的等比数列。 由a1＝2得an--=(--1)n-1(2--)，于是an=(--1)n-1(2--) - 又例：在数列{an}中，a1=2，an 1=4an-3n 1(n∈N*)，证明数列{an-n}是等比数列。 证明：本题即证an 1-(n 1)=q(an-n) (q为非0常数) 由an 1=4an-3n 1，可变形为an 1-(n 1)=4(an-n)，又∵a1-1=1， 所以数列{an-n}是首项为1，公比为4的等比数列。 若将此问改为求an的通项公式，则仍可以通过求出{an-n}的通项公式，再转化到an的通项公式上来。 又例：设数列{an}的首项a1∈(0,1)，an=-，n=2，3，4……(1)求{an}通项公式。(2)略 解：由an=-，n=2,3,4,……，整理为1-an=--(1-an-1)，又1-a1≠0，所以{1-an}是首项为1-a1，公比为--的等比数列，得an=1-(1-a1)(--)n-1