

高三数学复习：函数的奇偶性与周期性 PDF转换可能丢失图片或格式，建议阅读原文

[https://www.100test.com/kao\\_ti2020/457/2021\\_2022\\_\\_E9\\_AB\\_98\\_E4\\_B8\\_89\\_E6\\_95\\_B0\\_E5\\_c65\\_457471.htm](https://www.100test.com/kao_ti2020/457/2021_2022__E9_AB_98_E4_B8_89_E6_95_B0_E5_c65_457471.htm) 知识要点：一、函数的奇偶性

1.定义：对于函数 $f(x)$ ，如果对于定义域内任意一个 $x$ ，都有 $f(-x)=-f(x)$ ，那么 $f(x)$ 为奇函数；对于函数 $f(x)$ ，如果对于定义域内任意一个 $x$ ，都有 $f(-x)=f(x)$ ，那么 $f(x)$ 为偶函数；2.性质：(1)函数依据奇偶性分类可分为：奇函数非偶函数，偶函数非奇函数，既奇且偶函数，非奇非偶函数；(2) $f(x),g(x)$ 的定义域为 $D$ ；(3)图象特点：奇函数的图象关于原点对称；偶函数的图象关于原点对称；(4)定义域关于原点对称是函数具有奇偶性的必要不充分条件，奇函数 $f(x)$ 在原点处有定义，则有 $f(0)=0$ ；(5)任意一个定义域关于原点对称的函数 $f(x)$ 总可以表示为一个奇函数与偶函数的和的形式

： $f(x)=g(x)+h(x)$ ，其中 $g(x)=[f(x)+f(-x)]/2$ 为偶函数， $h(x)=[f(x)-f(-x)]/2$ 为奇函数；(6)奇函数在关于原点对称的区间具有相同的单调性，偶函数在关于原点对称的区间具有相反的单调性。3.判断方法：(1)定义法(2)等价形式： $f(-x)=-f(x)$ ， $f(x)$ 为奇函数； $f(-x)=f(x)$ ， $f(x)$ 为偶函数。4.拓展延伸：(1)一般地，对于函数 $y=f(x)$ ，定义域内每一个自变量 $x$ ，都有 $f(a+x)+f(a-x)=2b$ ，则 $y=f(x)$ 的图象关于点 $(a,b)$ 成中心对称；(2)一般地，对于函数 $y=f(x)$ ，定义域内每一个自变量 $x$ 都有 $f(a+x)=f(a-x)$ ，则它的图象关于 $x=a$ 成轴对称。二、周期性：1.定义：对于函数 $y=f(x)$ ，如果存在一个非零常数 $T$ ，使得当自变量 $x$ 取定义域内的每一个值时，都有 $f(x)=f(x+T)$ 成立，那么就称函数 $y=f(x)$ 为周期函数。2.图象特点：将函数 $y=f(x)$ 的图象

向左(右)平移的整数倍个单位，所得的函数图象与函数 $y=f(x)$ 的图象重合。

3.函数图象的对称性与周期性的关系：(1)若对于函数 $y=f(x)$ 定义域内任意一个 $x$ 都有 $f(a+x)=f(a-x)$ 且 $f(b+x)=f(b-x)$ ，(a、b不相等的常数)则函数为周期函数。(周期为： $2|a-b|$ ) (2)若对于函数 $y=f(x)$ 定义域内任意一个 $x$ 都有 $f(a+x)=-f(a-x)$ 且 $f(b+x)=-f(b-x)$ ，(a、b不相等的常数)则函数为周期函数。(周期为： $2|a-b|$ ) (3)若对于函数 $y=f(x)$ 定义域内任意一个 $x$ 都有 $f(a+x)=-f(a-x)$ 且 $f(b+x)=f(b-x)$ ，(a、b不相等的常数)则函数为周期函数。(周期为： $4|a-b|$ )

典型例题 例1：判断下列函数的奇偶性：(1) $f(x)=(x-1)$  解：函数的定义域为 $x \in \{x|-1 < x < 1\}$  函数 $f(x)=(x-1)$  为  $f(x)$ 非奇非偶函数 (2)  $f(x)=\log_a(-x)$  解： $x \in \mathbb{R}^+$   $f(-x)=\log_a(x)=-\log_a(-x)=-f(x)$   $f(x)$ 为奇函数 (3) $f(x)=x^2$  解： $x \in \{x \in \mathbb{R} | x \geq 0\}$   $f(-x)-f(x)=-x^2-x^2=-2x^2 \neq 0$   $f(x)$ 为偶函数 (4) $f(x)=\frac{1-\cos x}{\sin x}$  解： $1-\cos x \geq 0, \sin x > 0$ ， $x \in \{x | x \in (2k\pi, 2k\pi + \pi), k \in \mathbb{R}\}$  定义域不关于原点对称， $f(x)$ 为非奇非偶函数

说明：1.判断函数的奇偶性首先要检验定义域是否关于原点对称。特别应注意，求解定义域时，不能化简解析式后再求解。2.在判断是否有 $f(-x)=-f(x)$ 或 $f(-x)=f(x)$ 成立时，必要时可使用等价变形形式： $f(-x) \pm f(x)=0$

例2：(1)已知： $f(x)$ 是奇函数，且 $x>0$ 时 $f(x)=x|x-2|$  求 $x < 0$ 时的解析式，说明：1.利用函数的奇偶性求解析式，要将自变量 $x$ 设在所求的范围内。2.转化带入利用定义构造方程。(2)定义在 $\mathbb{R}$ 上的奇函数 $f(x)$ 且满足 $f(3+x)=f(3-x)$ ，若 $x \in (0,3)$ ， $f(x)=2x$  求：当 $x \in (-6,-3)$ 时， $f(x)$ 的解析式。解： $x \in (-6,-3)$   $-x \in (3,6)$   $6-(-x) \in (0,3)$   $f(x)=-2x-6$

说明：1.合理分解题意是关键。2.此题还可以应用周期性进行求解。例3：已

知：函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbb{R}$ ，且满足 $f(x+2)=-f(x)$  (1)求证： $f(x)$ 为周期函数；(2)若 $f(x)$ 为奇函数，且当 $0 \leq x < 1$ 时， $f(x)=-x$ ，求使得 $f(x)=-1$ 的所有 $x$ 。(1)解： $f(x)=f(x+4)$   $f(x)$ 为周期是4的周期函数。(2)解： $x \in [-1,0], -x \in [0,1] - f(x)=-x, x \in [-1,0]$   
 $f(x)=-x, x \in [-1,1] x \in (1,3), -1 - f(x)=-1-(x-2), x \in [1,3] - x \in [-1,3], f(x)=-1, x=-1 \quad x=4n-1, n \in \mathbb{Z}$

100Test 下载频道开通，各类考试题目直接下载。详细请访问 [www.100test.com](http://www.100test.com)