

公务员招录考试行测辅导：数字的整除特性 PDF转换可能丢失图片或格式，建议阅读原文

https://www.100test.com/kao_ti2020/495/2021_2022__E5_85_AC_E5_8A_A1_E5_91_98_E6_c26_495013.htm 1. 我们已学过奇数与偶数，我们正是以能否被2整除来区分偶数与奇数的。因此，有下面的结论：末位数字为0、2、4、6、8的整数都能被2整除。偶数总可表为 $2k$ ，奇数总可表为 $2k + 1$ （其中 k 为整数）。2. 末位数字为零的整数必被10整除。这种数总可表为 $10k$ （其中 k 为整数）。3. 末位数字为0或5的整数必被5整除，可表为 $5k$ （ k 为整数）。4. 末两位数字组成的两位数能被4（25）整除的整数必被4（25）整除。如 $1996 = 1900 + 96$ ，因为100是4和25的倍数，所以1900是4和25的倍数，只要考察96是否4或25的倍数即可。能被25整除的整数，末两位数只可能是00、25、50、75。能被4整除的整数，末两位数只可能是00，04，08，12，16，20，24，28，32，36，40，44，48，52，56，60，64，68，72，76，80，84，88，92，96，不可能是其它的数。5. 末三位数字组成的三位数能被8（125）整除的整数必能被8（125）整除。由于 $1000 = 8 \times 125$ ，因此，1000的倍数当然也是8和125的倍数。如判断765432是否能被8整除。因为 $765432 = 765000 + 432$ 显然 $8|765000$ ，故只要考察8是否整除432即可。由于 $432 = 8 \times 54$ ，即432能被8整除，所以765432能被8整除。能被8整除的整数，末三位只能是000，008，016，024，...984，992。由于 $125 \times 1 = 125$ ， $125 \times 2 = 250$ ， $125 \times 3 = 375$ ； $125 \times 4 = 500$ ， $125 \times 5 = 625$ ； $125 \times 6 = 750$ ； $125 \times 7 = 875$ ； $125 \times 8 = 1000$ 故能被125整除的整数，末三位数只能是000，125，250，375，500，625，750，875。

6. 各个数位上数字之和能被3 (9) 整除的整数必能被3 (9) 整除。如478323是否能被3 (9) 整除？由于 $478323 = 4 \times 100000 + 7 \times 10000 + 8 \times 1000 + 3 \times 100 + 2 \times 10 + 3 = 4 \times (99999 + 1) + 7 (9999 + 1) + 8 \times (999 + 1) + 3 \times (99 + 1) + 2 \times (9 + 1) + 3 = (4 \times 99999 + 7 \times 9999 + 8 \times 999 + 3 \times 99 + 2 \times 9) + (4 + 7 + 8 + 3 + 2 + 3)$ 前一括号里的各项都是3 (9) 的倍数，因此，判断478323是否能被3 (9) 整除，只要考察第二括号的各数之和 $(4 + 7 + 8 + 3 + 2 + 3)$ 能否被3 (9) 整除。而第二括号内各数之和，恰好是原数478323各个数位上数字之和。 $4 + 7 + 8 + 3 + 2 + 3 = 27$ 是3 (9) 的倍数，故知478323是3 (9) 的倍数。在实际考察 $4 + 7 + 8 + 3 + 2 + 3$ 是否被3 (9) 整除时，总可将3 (9) 的倍数划掉不予考虑。即考虑被3整除时，划去7、2、3、3，只看 $4 + 8$ ，考虑被9整除时，由于 $7 + 2 = 9$ ，故可直接划去7、2，只考虑 $4 + 8 + 3 + 3$ 即可。如考察9876543被9除时是否整除，可以只考察数字和 $(9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3)$ 是否被9整除，还可划去9、 $5 + 4$ 、 $6 + 3$ ，即只考察8。如问3是否整除9876543，则先可将9、6、3划去，再考虑其他数位上数字之和。由于3整除 $(8 + 7 + 5 + 4)$ ，故有3整除9876543。实际上，一个整数各个数位上数字之和被3 (9) 除所得的余数，就是这个整数被3 (9) 除所得的余数。

7. 一个整数的奇数位数字和与偶数位数字和的差如果是11的倍数，那么这个整数也是11的倍数。（一个整数的个位、百位、万位、...称为奇数位，十位、千位、百万位...称为偶数位。）如判断42559能否被11整除。 $42559 = 4 \times 10000 + 2 \times 1000 + 5 \times 100 + 5 \times 10 + 9 = 4 \times (9999 + 1) + 2 \times (1001 - 1) + 5 (99 + 1) + 5 \times (11 - 1) + 9 = (4 \times 9999$

$+ 2 \times 1001 + 5 \times 99 + 5 \times 11) + (4 - 2 + 5 - 5 + 9) = 11 \times (4 \times 909 + 2 \times 91 + 5 \times 9 + 5) + (4 - 2 + 5 - 5 + 9)$ 前一部分显然是11的倍数。因此判断42559是否11的倍数只要看后一部分 $4 - 2 + 5 - 5 + 9$ 是否为11的倍数。而 $4 - 2 + 5 - 5 + 9 = (4 + 5 + 9) - (2 + 5)$ 恰为奇数位上数字之和减去偶数位上数字之和的差。由于 $(4 + 5 + 9) - (2 + 5) = 11$ 是11的倍数，故42559是11的倍数。现在要判断7295871是否为11的倍数，只须直接计算 $(1 + 8 + 9 + 7) - (7 + 5 + 2)$ 是否为11的倍数即可。由 $25 - 14 = 11$ 知 $(1 + 8 + 9 + 7) - (7 + 5 + 2)$ 是11的倍数，故 $11 | 7295871$ 。上面所举的例子，是奇数位数字和大于偶数位数字和的情形。如果奇数位数字和小于偶数位数字和（即我们平时认为“不够减”），那么该怎么办呢？如867493的奇数位数字和为 $3 + 4 + 6$ ，而偶数位数字和为 $9 + 7 + 8$ 。显然 $3 + 4 + 6$ 小于 $9 + 7 + 8$ ，即13小于24。遇到这种情况，可在 $13 - 24$ 这种式子后面依次加上11，直至“够减”为止。由于 $13 - 24 + 11 = 0$ ，恰为11的倍数，所以知道867493必是11的倍数。又如738292的奇数位数字和与偶数位数字和的差为 $(2 + 2 + 3) - (9 + 8 + 7) = 7 - 24$ ， $7 - 24 + 11 + 11 = 5$ （加了两次11使“够减”）。由于5不能被11整除，故可立即判断738292不能被11整除。实际上，一个整数被11除所得的余数，即是这个整数的奇数位数字和与偶数位数字和的差被11除所得的余数（不够减时依次加11直至够减为止）。同学们还会发现：任何一个三位数连写两次组成的六位数一定能被11整除。如186这个三位数，连写两次成为六位数186186。由于这个六位数的奇数位数字和为 $6 + 1 + 8$ ，偶数位数字和为 $8 + 6 + 1$ ，它们的差恰好为零，故186186是11的倍数。数位数字和为 $c + a$

+ b，偶数位数字和为 $b + c + a$ ，它们的差恰为零，象这样由三位数连写两次组成的六位数是否能被7整除呢？如186186被7试除后商为26598，余数为零，即 $7 \mid 186186$ 。能否不做 $186186 \div 7$ ，而有较简单的判断办法呢？由于 $186186 = 186000 + 186 = 186 \times 1000 + 186 = 186 \times 1001$ 而 $1001 = 7 \times 11 \times 13$ ，所以186186一定能被7整除。这就启发我们考虑，由于 $7 \times 11 \times 13 = 1001$ ，故若一个数被1001整除，则这个数必被7整除，也被11和13整除。或将一个数分为两部分的和或差，如果其中一部分为1001的倍数，另一部分为7（11或13）的倍数，那么原数也一定是7（11或13）的倍数。如判断2839704是否是7的倍数？由于 $2839704 = 2839000 + 704 = 2839 \times 1000 + 704 = 2839 \times 1001 - 2839 + 704 = 2839 \times 1001 - (2839 - 704)$ $2839 - 704 = 2135$ 是7的倍数，所以2839704也是7的倍数；2135不是11（13）的倍数，所以2839704也不是11（13）的倍数。实际上，对于283904这样一个七位数，要判断它是否为7（11或13）的倍数，只需将它分为2839和704两个数，看它们的差是否被7（11或13）整除即可。又如判断42952是否被13整除，可将42952分为42和952两个数，只要看 $952 - 42 = 910$ 是否被13整除即可。由于 $910 = 13 \times 70$ ，所以13整除910。

8. 一个三位以上的整数能否被7（11或13）整除，只须看这个数的末三位数字表示的三位数与末三位数字以前的数字所组成的数的差（以大减小）能否被7（11或13）整除。另法：将一个多位数从后往前三位一组进行分段。奇数段各三位数之和与偶数段各三位数之和的差若被7（11或13）整除，则原多位数也被7（11或13）整除。如3546725可分为3，546，725三段。奇数段的和为 $725 + 3 = 728$ ，偶数段为546，二者

的差为 $728 - 546 = 182 = 7 \times 26 = 7 \times 2 \times 13$ 100Test 下载频道开通，各类考试题目直接下载。详细请访问 www.100test.com