整数问题：特殊的自然数之二初中升学考试PDF转换可能丢失图片或格式，建议阅读原文

https://www.100test.com/kao_ti2020/527/2021_2022__E6_95_B4_E6_95_B0_E9_97_AE_E9_c64_527063.htm A1－008 n为怎样的自然数时，数 32n＋1－22n＋1－6n是合数？【题说】 第二十四届（1990年）全苏数学奥林匹克十一年级题5【解】 32n＋1－22n＋1－6n＝（3n－2n）（3n＋1＋2n＋1）当 n＞l时，3n－2n＞1，3n＋1＋2n＋1＞1，所以原数是合数．当 n＝1时，原数是素数13． A1－009设n是大于6的整数，且a1、a2、…、ak是所有小于n且与n互素的自然数，如果a2－a1＝a3－a2＝…＝ak－ak－1＞0求证：n或是素数或是2的某个正整数次方．【题说】 第三十二届（1991年）国际数学奥林匹克题2．本题由罗马尼亚提供．【证】 显然a1＝1．由（n－1，n）＝1，得 ak＝n－1．令 d＝a2－a1＞0．当a2＝2时，d＝1，从而k＝n－1，n与所有小于n的自然数互素．由此可知n是素数．当a2＝3时，d＝2，从而n与所有小于n的奇数互素．故n是2的某个正整数次方．设a2＞3．a2是不能整除n的最小素数，所以2|n，3|n．由于n－1＝ak＝1＋（k－1）d，所以3 d．又1＋d＝a2，于是3 1＋d．由此可知3|1＋2d．若1＋2d＜n，则a3＝1＋2d，这时3|（a3，n）．矛盾．若1＋2d≥n，则小于n且与n互素自然数的个数为2．设n＝2m（＞6）．若m为偶数，则m＋1与n互质，若m为奇数，则m＋2与m互质．即除去n－1与1外、还有小于n且与n互质的数．矛盾．综上所述，可知n或是素数或是2的某个正整数次方．A1－010 试确定具有下述性质的最大正整数A：把从1001至2000所有正整数任作一个排列，都可从其中找出连续的10项，使这10项之和大于或等于A．【题

说】第一届（1992年）中国台北数学奥林匹克题6．【解】设任一排列，总和都是1001＋1002＋…＋2000＝1500500，将它分为100段，每段10项，至少有一段的和≥15005，所以A≥15005另一方面，将1001～2000排列如下：2000 1001 1900 1101 18001201 1700 1301 1600 14011999 1002 1899 1102 17991202 1699 1302 1599 1402… … … … … …1901 1100 1801 1200 17011300 1601 1400 1501 1300并记上述排列为a1，a2，…，a2000（表中第i行第j列的数是这个数列的第10（i－1）＋j项，1≤i≤20，1≤j≤10）令 Si＝ai＋ai＋1＋…＋ai＋9（i＝1，2，…，1901）则S1＝15005，S2＝15004．易知若i为奇数，则Si＝15005；若i为偶数，则Si＝15004．综上所述A＝15005．