

[名师辅导] 几何中的最值问题初中升学考试 PDF转换可能丢失图片或格式，建议阅读原文

https://www.100test.com/kao_ti2020/528/2021_2022__EF_BC_BB_E5_90_8D_E5_B8_88_E8_c64_528689.htm

在平面几何问题中，当某几何元素在给定条件变动时，求某几何量（如线段的长度、图形的面积、角的度数）的最大值或最小值问题，称为最值问题。最值问题的解决方法通常有两种：（1）应用几何性质： 三角形的三边关系：两边之和大于第三边，两边之差小于第三边； 两点间线段最短； 连结直线外一点和直线上各点的所有线段中，垂线段最短； 定圆中的所有弦中，直径最长。 运用代数证法： 运用配方法求二次三项式的最值； 运用一元二次方程根的判别式。例1、A、B两点在直线l的同侧，在直线L上取一点P，使PA PB最小。分析：在直线L上任取一点P'，连结A P'，BP'，在 $\triangle ABP'$ 中 $AP' + BP' > AB$ ，如果 $AP' + BP' = AB$ ，则P' 必在线段AB上，而线段AB与直线L无交点，所以这种思路错误。取点A关于直线L的对称点A'，则 $AP' = A'P'$ ，在 $\triangle A'BP'$ 中 $A'P' + B'P' > A'B$ ，当P' 移到A'B与直线L的交点处P点时 $A'P' + B'P' = A'B$ ，所以这时PA PB最小。例2、如图所示， $\triangle ABC$ 中， $AB = 3$ ， $AC = 2$ ，以BC为边的 $\triangle BCP$ 是等边三角形，求AP的最大值、最小值。分析：已知条件 $AB = 3$ ， $AC = 2$ 与所求的AP比较分散，考虑到 $\triangle BCP$ 是等边三角形，若 $\triangle ACP$ 绕点P逆时针旋转 60° 到 $\triangle A'B'P$ 中，则 $A'B = AC$ ， $A'P = AP$ ， $\angle A'PA = 60^\circ$ 。可得 $\triangle A'AP$ 是等边三角形，则 $AB = 3$ ， $AC = A'B = 2$ 与所求的A A，就集中到 $\triangle A'AB$ 中（特殊情况A、A'、B三点在同一直线上）。 $AB - A'B \leq A'A$

例3、已知：如图 O_1 与 O_2 相交于C、D,A是 O_1 上一点，直线AD交 O_2 于点B。当点A在弧CAD上运动到A'点时，作直线A'D交 O_2 于点B'，连结A'C、B'C。证明： $\triangle A'B'C \sim \triangle ABC$ 。(2)问点A'在弧CAD上什么位置时， $S_{\triangle A'B'C}$ 最大，说明理由。(3)当 $O_1O_2 = 11$ ， $CD = 9$ 时，求 $S_{\triangle A'B'C}$ 的最大值。

分析：(1)中结论 $\triangle A'B'C \sim \triangle ABC$ 易证。(1)由 $\triangle A'B'C \sim \triangle ABC$ 知，要求 $S_{\triangle A'B'C}$ 的最大值，可从相似和三角形的面积比入手得 $S_{\triangle A'B'C} / S_{\triangle ABC} = CA'^2 / CA^2$

因为 $S_{\triangle ABC}$ 和 CA 为定值，所以当 CA' 取最大值即为直径时， $S_{\triangle A'B'C}$ 最大(2)由(2)可得 $S_{\triangle A'B'C}$ 的最大值为99.

例4、已知：如图 ABC 是一块锐角三角形余料，边长 $BC = 120\text{mm}$ ，高 $AD = 80\text{mm}$ ，要把它加工成一个矩形零件，使矩形的一边在 BC 上，其余两个顶点分别在 AB 、 AC 上，

设矩形的长 $QM = y\text{mm}$ ，宽 $MN = x\text{mm}$ (1)求证： $y = 120 - \frac{3}{2}x$ (2)当 x 与 y 分别取什么值时，矩形 $PQMN$ 的面积最大？

最大面积是多少？分析：本题根据相似三角形的性质，建立矩形的边长与矩形面积的函数关系，利用二次函数的最值公式，求出二次函数的最值。

100Test 下载频道开通，各类考试题目直接下载。详细请访问 www.100test.com