

数学辅导：利用旋转的基本性质进行几何证明 中考考试 PDF
转换可能丢失图片或格式，建议阅读原文

https://www.100test.com/kao_ti2020/621/2021_2022__E6_95_B0_E5_AD_A6_E8_BE_85_E5_c64_621237.htm

正方形滚动一周，就是滚动四个 90° 角。如图：滚动第一个 90° 时，A点所经过的路线长是以点C为圆心、AC长为半径的-圆周长，此时A点滚动到了A1点(D点滚动到了D1点)；滚动第二个 90° 时，其路线长是以点D1为圆心、A1D1长为半径的-圆周长，此时A1点滚动到了A2点的位置；滚动第三个 90° 时，由于以点A2为圆心，此时A2点的位置未变(B2点滚动到了B3点)；滚动第四个 90° 时其长是以点B3为圆心、B3C3长为半径的-圆周长，此时A3点滚动到了A4点的位置。 A点滚动一周经过的路线长为：

$2 \times \pi \times 8 + 2 \times \pi \times 8 + 2 \times \pi \times 8 + 2 \times \pi \times 8 = 4 \times 8\pi$ ，当正方形滚动两周时，正方形顶点A所经过的路线的长等于 $8 \times 16\pi$ 。

[思维延伸2]：如图2，将边长为1的正方形OAPB沿x轴正方向连续翻转2008次，点P依次落在P1、P2、P3、P4...P2008的位置，则P2008的横坐标为_____。 [解析] 正方形沿x轴正方向连续翻转4次正好翻转了一周 翻转2008次就是翻转了502周。从P点经过的路线可以看出，在每个周期内，P点相应的沿着x轴的正方向移动了4个单位长度 正方形OAPB沿x轴正方向连续翻转2008次后P点向前移动了 $4 \times 502 = 2008$ 个单位长度 P点的横坐标为 $-1 + 2008 = 2007$ 。

例6.如图6所示，已知在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = BC$ ，P是 $\triangle ABC$ 内一点，且 $PA = 3$ ， $PB = 1$ ， $PC = 2$ ，求 $\angle BPC$ 的度数。 [解析] 可先将 $\triangle APC$ 绕点C按逆时针方向旋转 90° 到 $\triangle BEC$ 的位置，由旋转的性质知，此时 $\triangle CPE$ 是等腰直角三角形， $\angle CPE = 45^\circ$ ，在

BPE中，由勾股定理逆定理可证出 $\angle BPE=90^\circ$ ，由此可求出 $\angle BPC$ 的度数。 [全解] 将 $\triangle APC$ 绕点C按逆时针方向旋转 90° 到 $\triangle CBE$ 的位置，连结PE

$APC \cong BEC$
 $EC=PC=2$ ， $EB=PA=3$ ， $\triangle CPE$ 是等腰直角三角形 $PC=2$ ， $\angle CPE=45^\circ$ $PE=2\sqrt{2}$ ，在 $\triangle BPE$ 中 $(2\sqrt{2})^2+12=3^2$ ，即 $PE^2+PB^2=BE^2$ $\triangle BPE$ 为Rt $\angle BPE=90^\circ$ $\angle BPC=\angle CPE$

$\angle BPE=45^\circ+90^\circ=135^\circ$ [思维延伸1] 如图已知，在等边三角形ABC内有一点M，且 $MA=3$ ， $MB=4$ ， $MC=5$ ，求等边三角形ABC的面积。 [解析] 求等边三角形的面积，关键是求出等边三角形的边长。将 $\triangle AMB$ 绕点B按逆时针方向旋转 60° 到 $\triangle CM_1B$ 的位置，连结 MM_1 ，过B点做 $BD \perp CM_1$ 交 CM_1 的延长线于点D,可得 $\triangle BMM_1$ 是等边三角形

$MM_1=BM_1=BM=4$ ， $CM_1=AM=3$ ， $\angle BM_1M=60^\circ$ ，在 $\triangle MM_1C$ 中，可证 $M_1M^2+M_1C^2=MC^2$ $\angle MM_1C=90^\circ$ ，故 $\angle BM_1C=150^\circ$ $\angle BM_1D=30^\circ$ 。在Rt $\triangle BM_1D$ 中，可求出 $BD=2$ ， $M_1D=2\sqrt{3}$ 。在Rt $\triangle BDC$ 中， $BC^2=2^2+(2\sqrt{3}-3)^2=25-12\sqrt{3}$

$S_{\triangle ABC}=\frac{\sqrt{3}}{4}BC^2=\frac{\sqrt{3}}{4}(25-12\sqrt{3})=9-\frac{3\sqrt{3}}{2}$ (单位面积) [点评] 本题的前半部分与例6类似，先求出 $\angle BM_1C=150^\circ$ ，再在Rt $\triangle BM_1D$ 中，分别求出BD、 M_1D 的长，最后在Rt $\triangle BDC$ 中求出 BC^2 的长，从而求出 $\triangle ABC$ 的面积。小结：通过以上例题可以看出：
1.利用旋转的基本性质进行几何证明的关键在于如何正确的使用其基本性质。如：例1、例2、例3、例6都运用了“旋转前、后的图形全等”的性质；例4运用了“对应点到旋转中心的距离相等”以及“对应点与旋转中心所连线段的夹角等于旋转角”的性质；例5则是把翻转看成了局部的旋转。
2.利用旋转的基本性质进行几何证明时，一定要找准旋转中心、旋

转角和旋转方向。(完) 百考试题编辑整理 100Test 下载频道开通，各类考试题目直接下载。详细请访问 www.100test.com